

Analisis Hambatan Belajar pada Materi Trigonometri dalam Kemampuan Pemahaman Matematis Siswa

Toto Subroto

Prodi Pendidikan Matematika FKIP Unswagati, totosubroto@gmail.com

Wildatus Sholihah

Prodi Pengajaran Matematika FMIPA ITB, wildatus_s@yahoo.co.id

ABSTRACT

This research aimed to explore learning obstacles when students are given a Trigonometry problem in the mathematical understanding ability. Learning obstacles are constraints faced during learning and result in less than optimal learning. The given trigonometric material is just about the number and the difference of the cosine sinus. Trigonometry material given based on students' mathematical understanding ability. The ability of mathematical understanding based on 2 indicators is the ability of instrumental understanding and the ability of relational understanding. This research was conducted on students of class XI IPA 1MAN 3 Majalengka. This research method using qualitative approach by analyzing student answer result. The results of this study found some barriers to learning both are instrumental understanding and relational understanding.

keyword: Learning Obstacles, Trigonometri Problems, mathematical understanding ability.

PENDAHULUAN

Kemampuan pemahaman matematik adalah salah satu kemampuan matematik yang urgen dalam pembelajaran, memberi penertian hal yang perlu dilihat secara seksama dalam pembelajaran, memberikan pengertian bahwa materi yang diberikan pada siswa bukan hanya sebagai hafalan”(Bani, 2011:13). Pemahaman bukan hanya sekedar memahami suatu informasi, melainkan siswa dapat memaknai dan mentransformasi suatu informasi yang ada dalam benaknya kedalam wujud lain yang lebih berarti, sehingga dapat membantu siswa dalam pemecahan masalah matematik yang lebih sulit. Akibatnya kemampuan pemahaman matematis sangat penting dalam pembelajaran matematika.

Pollatsek (Hendriana, 2014:20) juga membagi pemahaman menjadi dua tingkat: pemahaman instrumental yaitu menghafal konsep atau prinsip tanpa mengaitkan dengan yang lainnya, dapat menerapkan rumus dalam perhitungan sederhana, dan mengerjakan hitungan secara algoritmik; pemahaman relasional yaitu mengaitkan satu konsep/prinsip dengan konsep/prinsip lainnya. Seperti yang dikemukakan Skemp dan Pollatsek (Darminto, 2011:328). Selanjutnya Darminto menyebutkan bahwa :

Pemahaman instrumental merupakan pemahaman konsep yang saling terpisah dan hanya rumus yang dihafal untuk melakukan perhitungan sederhana, sedangkan pemahaman relasional merupakan pemahaman skema atau struktur yang digunakan untuk menyelesaikan masalah yang lebih luas dalam kehidupan sehari-hari.

Dari pengertian pemahaman matematis menurut beberapa ahli di atas, maka dapat diambil kesimpulan bahwa pemahaman matematis adalah kemampuan memahami dalam arti mengenal dan mengidentifikasi suatu konsep matematis, menjelaskan kembali apa yang telah ia pahami, serta

menggunakannya dalam berbagai situasi berbeda yaitu dalam penyelesaian soal. Seperti yang disebutkan oleh Arikunto (2015: 131) bahwa dengan pemahaman, siswa dapat menunjukkan bahwa siswa memahami hubungan yang sederhana di antara fakta-fakta atau konsep.

Dalam penelitian ini, peneliti memilih menggunakan jenis pemahaman matematis menurut Skemp. Terdapat dua jenis pemahaman, yaitu pemahaman instrumental dan pemahaman relasional. Indikator dalam pemahaman instrumental yang akan diukur adalah siswa bisa menggunakan rumus dalam perhitungan sederhana. Sedangkan indikator dalam pemahaman relasional yang akan diukur adalah sejauh mana siswa dapat mengaitkan suatu konsep dengan konsep yang lain.

Trigonometri adalah sebuah cabang ilmu matematika yang berhubungan dengan sudut segitiga dan fungsi trigonometrik (Kariadinata, 2013:5). Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (2012) trigonometri diartikan sebagai ilmu ukur mengenai sudut dan sempadan segitiga. Trigonometri adalah cabang matematika yang biasa dipakai untuk mengukur panjang atau sudut dengan akurat. Trigonometri berperan penting dalam arsitektur, navigasi, teknik dan beberapa cabang ilmu fisika.

Trigonometri merupakan salah satu materi penting yang harus dipelajari siswa. Berdasarkan peraturan Menteri Pendidikan Nasional RI no. 23 tahun 2006 menetapkan bahwa salah satu komponen Standar Kompetensi Lulusan (SKL) kelas XI IPA adalah memahami rumus sinus kosinus pada jumlah dan selisih dua sudut, rumus jumlah dan selisih sinus dan kosinus, serta menggunakannya dalam pemecahan masalah. Sedangkan kemampuan pemahaman matematis sangat diperlukan untuk dapat menguasai materi tersebut.

Adapun materi trigonometri yang akan dibahas pada penelitian ini adalah materi trigonometri pada kelas XI terkait rumus-rumus trigonometri yang meliputi (a) rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut; (b) rumus trigonometri sudut ganda; (c) rumus konversi trigonometri perkalian dan penjumlahan; serta (d) identitas trigonometri. Berikut contoh soal dengan indikator kemampuan pemahaman matematis pada materi trigonometri seperti berikut:

Pemahaman instrumental

Dengan menggunakan rumus jumlah dan selisih sudut, hitunglah nilai dari $\sin 15^\circ$.

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} \sin 15^\circ &= \sin (60^\circ - 45^\circ) = \sin 60^\circ \cos 45^\circ - \cos 60^\circ \sin 45^\circ \\ &= \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right) = \left(\frac{1}{4}\sqrt{6}\right) - \left(\frac{1}{4}\sqrt{2}\right) = \frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \end{aligned}$$

Soal tersebut merupakan contoh soal kemampuan pemahaman matematis dengan indikator perhitungan sederhana (instrumental) karena untuk menjawab soal tersebut siswa hanya menggunakan rumus trigonometri selisih dua sudut yang sudah diketahui.

Pemahaman relasional

Diketahui $\sin (A-B) = \frac{2}{5}$ dan $\cos A \sin B = \frac{1}{4}$. Nilai $\frac{\tan A}{\tan B} = \dots$

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}
\sin(A-B) &= \frac{2}{5} \\
\sin A \cos B - \cos A \sin B &= \frac{2}{5} \\
\sin A \cos B - \frac{1}{4} &= \frac{2}{5} \\
\sin A \cos B &= \frac{2}{5} + \frac{1}{4} \\
\sin A \cos B &= \frac{8+5}{20} \\
\sin A \cos B &= \frac{13}{20} \\
\frac{\tan A}{\tan B} &= \frac{\sin A \cos B}{\cos A \sin B} \\
&= \frac{\frac{13}{20}}{\frac{1}{4}} = \frac{13}{5}
\end{aligned}$$

Soal tersebut di atas merupakan contoh soal kemampuan pemahaman matematis dengan indikator relasional karena untuk menjawab soal tersebut siswa terlebih dahulu menentukan rumus $\frac{\tan A}{\tan B}$ yang terkait dengan konsep rumus identitas pada materi trigonometri kelas X, selanjutnya siswa mencari keterangan yang masih diperlukan dengan menggunakan keterangan $\sin(A-B) = \frac{2}{5}$ yang terdapat pada soal.

Hambatan Belajar (*Learning obstacle*) merupakan kendala yang dihadapi siswa saat pembelajaran dan mengakibatkan hasil dari pembelajaran yang dilakukan tidak optimal. hambatan belajar biasanya bervariasi pada setiap siswa tetapi tidak jarang hambatan tersebut bersifat umum. Apabila seorang siswa dalam mempelajari suatu materi pembelajaran mengalami kesulitan di beberapa bagian, kesulitan itu pun hampir sama dengan yang dihadapi/dialami oleh siswa lainnya walaupun hanya satu kesulitan yang sama. Misal dalam mempelajari materi rumus-rumus trigonometri, seorang siswa kesulitan dalam menghubungkan keterangan soal dengan konsep perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku, kesulitan dalam menyelesaikan perhitungan pada bilangan akar, dan lain-lain. Kesulitan-kesulitan tersebut juga dialami oleh sebagian besar siswa sehingga kesulitan yang dihadapi bersifat sama pada setiap anak.

Hambatan belajar siswa dapat diidentifikasi menjadi 2 karakteristik yaitu bersifat *didactical structural* dan epistemologis. Hambatan belajar yang bersifat *didactical structural* merupakan hambatan akibat dari pengalaman pembelajaran matematika dalam jangka waktu yang cukup lama sehingga siswa kurang terbiasa berhadapan dengan masalah-masalah bersifat terbuka yang seringkali tidak memerlukan konsep atau rumus tertentu untuk penyelesaiannya. Kesulitan belajar yang bersifat epistemologis merupakan hambatan belajar siswa akibat pemahaman terhadap konsep yang kurang optimal sehingga hanya dapat menyelesaikan suatu permasalahan dalam satu atau dua bentuk situasi, jika dihadapkan pada situasi permasalahan yang berbeda maka siswa tidak akan mampu menyelesaikan permasalahan tersebut. Seperti pendapat Duroux (Brouseau dalam Roeroe, 2011:142) menyebutkan :

Epistemological obstacle pada hakekatnya merupakan pengetahuan seseorang yang hanya terbatas pada konteks tertentu. Jika orang tersebut dihadapkan pada konteks berbeda, maka pengetahuan yang dimiliki menjadi tidak bisa digunakan atau dia mengalami kesulitan untuk menggunakannya.

Berdasarkan paparan di atas perlu adanya analisis mendalam tentang hambatan belajar yang terjadi pada materi trigonometri dengan kemampuan pemahaman matematis siswa.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan penelitian kualitatif dengan pendekatan interpretatif. Partisipan dari penelitian ini adalah 23 siswa kelas XI IPA 1MAN 3 Majalengka. Siswa yang menjadi partisipan adalah siswa yang telah belajar trigonometri sebelumnya. Data diambil dari jawaban siswa pada 8 soal trigonometri dengan indikator kemampuan pemahaman yang diberikan. Data dianalisis berdasarkan teori hambatan belajar.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut ini adalah 8 soal trigonometri yang diberikan kepada siswa berdasarkan kemampuan pemahaman matematis siswa. Sebelum membahas tentang hambatan belajar, disajikan terlebih dahulu distribusi jawaban siswa agar bisa melihat lebih luas tentang tahapan siswa dalam menjawab soal tersebut. Berikut soal dan distrubsi jawaban siswa setiap soal :

Soal 1:

Dengan menggunakan rumus jumlah dan selisih sudut, hitunglah :

- a. $\sin 105^\circ$ b. $\cos 15^\circ$ c. $\tan 75^\circ$

Berdasarkan hasil jawaban siswa masih banyak yang belum bisa melakukan operasi bilangan akar (7 orang). Ada juga yang tidak mampu menggunakan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut (6 orang). Dari temuan jawaban siswa tersebut, ada siswa tidak menerapkan rumus yang sesuai dan menggunakan rumus lain yang mirip (seperti pada gambar 1), lainnya keliru dalam mengingat tanda plus dan minus pada rumus. Beberapa siswa juga belum mampu melakukan operasi pada bilangan akar (seperti pada gambar 1).

$$\begin{aligned} \text{b) } \cos 15^\circ &= \cos (45^\circ - 30^\circ) \\ &= \cos 45^\circ - \cos 30^\circ \\ &= 1 - \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ &= \frac{1 + \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}}{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 105^\circ &= \sin (60 + 45) = \sin 60^\circ \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \cos 60^\circ \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \\ &= \frac{6 + \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

Gambar 1. contoh jawaban siswa pada soal 1

Pada soal no. 2 siswa diharapkan mampu memanipulasi soal dengan menggunakan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut.

Soal 2:

Sederhanakan bentuk $\sin (A+30^\circ) + \cos (A+60^\circ)$.

Setelah diperoleh jawaban siswa, menunjukkan sebagian siswa sudah mampu menggunakan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut dengan tepat. Tetapi sebagian lainnya masih belum menerapkan rumus tersebut. Beberapa siswa membuat penyelesaian soal tanpa menggunakan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut (seperti pada gambar 2),

beberapa lainnya tidak dapat mengingat tanda plus dan minus pada rumus dengan tepat (seperti pada gambar 2).

Handwritten student solutions for problem 2. The left part shows a student incorrectly expanding $\sin(A+30^\circ) + \cos(A+60^\circ)$ as $\sin A + \sin 30^\circ + \cos A + \cos 60^\circ$, leading to a wrong result. The right part shows a student using the sum-to-product formula but making a sign error in the expansion of $\cos(A+60^\circ)$.

Gambar 2. contoh jawaban siswa pada soal 2

Berdasarkan temuan-temuan di atas, kekeliruan siswa dalam menyelesaikan soal nomor 2 dapat dirinci sebagai berikut: 1). Siswa belum mampu menggunakan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut dengan tepat; 2). Siswa tidak dapat menentukan perbandingan trigonometri pada sudut-sudut istimewa; 3). Siswa belum mampu melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan pada bilangan akar.

Pada soal no.3 bertujuan untuk Menghubungkan keterangan pada soal dengan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut.

Soal 3:

Diketahui $\cos(A-B) = \frac{5}{6}$ dan $\cos A \cos B = \frac{1}{3}$. Nilai $\tan A \tan B = \dots$

Jawaban siswa diperoleh menunjukkan beberapa siswa masih belum mampu menghubungkan keterangan pada soal dengan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut (seperti pada gambar 3). Sebagian siswa juga belum mampu mengaitkan keterangan yang didapat dari pengerjaan awal soal dengan konsep identitas trigonometri yang dipelajari pada kelas X (seperti pada gambar 3). Beberapa siswa juga belum mampu melakukan operasi pada bilangan pecahan dengan tepat.

Handwritten student solutions for problem 3. The left part shows a student incorrectly using the identity $\tan A \tan B = \cos A \cos B + \cos(A-B)$ and performing arithmetic errors. The right part shows a student using the identity $\tan A \tan B = \frac{\sin A \sin B}{\cos A \cos B}$ but not substituting the given values.

Gambar 3. contoh jawaban siswa pada soal 3

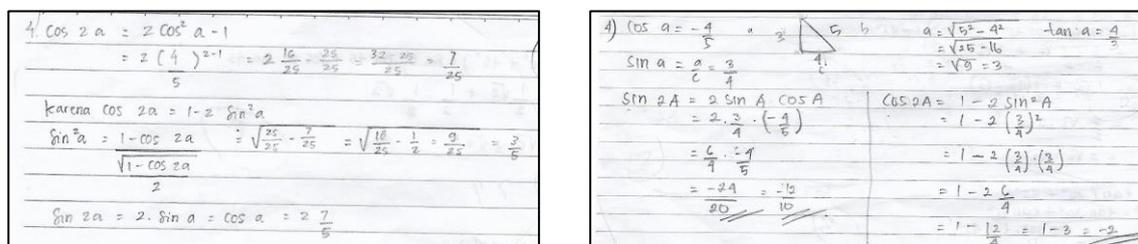
Berdasarkan temuan-temuan di atas, kekeliruan siswa dalam menyelesaikan soal nomor 3 dapat diantaranya : 1). Siswa belum mampu menghubungkan keterangan pada soal dengan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut; 2). Siswa belum mampu mengaitkan rumus identitas trigonometri untuk menghitung nilai yang ditanyakan; 3). Siswa belum mampu melakukan operasi pada bilangan pecahan dengan tepat.

Tujuan soal diberikan untuk mengukur kemampuan pemahaman matematis pada indicator relasi. Relasi pada soal ini antara keterangan pada soal dengan konsep perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku.

Soal 4:

Jika $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ dan $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$. Hitunglah nilai $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$ dan $\tan 2\alpha$.

Jawaban siswa diperoleh menunjukkan sebagian siswa sudah mampu mengaitkan keterangan pada soal dengan konsep perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku. Beberapa siswa langsung menjawab berdasarkan keterangan yang tersedia pada soal (seperti pada gambar 4). Hal tersebut tidak dianggap salah jika hanya untuk mencari nilai $\cos 2\alpha$, karena tidak dipengaruhi nilai positif atau negatifnya. Sedangkan untuk menentukan $\sin 2\alpha$ dan $\tan 2\alpha$, dibutuhkan nilai perbandingan $\sin \alpha$ dan $\tan \alpha$ yang dapat dicari menggunakan perbandingan pada segitiga siku-siku dan sudut α terletak pada kuadran tertentu yang tersedia pada soal. Beberapa siswa ada yang mencari perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku, akan tetapi masih belum tepat (seperti pada gambar 4). Langkah penyelesaian soal harus dikaitkan dengan konsep-konsep matematika lainnya sehingga beberapa siswa tidak menuliskan proses dalam menjawab soal. Sebagian siswa juga masih belum mampu melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan pada bilangan akar dengan tepat.



Gambar 4. contoh jawaban siswa pada soal 4

Berdasarkan temuan-temuan di atas, ada beberapa hambatan belajar dan kekeliruan siswa dalam menyelesaikan soal nomor 4 diantaranya : 1). Siswa belum mampu mengaitkan keterangan pada soal dengan konsep perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku; 2). Siswa belum mampu mengaitkan keterangan pada soal dengan konsep perbandingan trigonometri pada setiap kuadran; 3). Siswa tidak bisa menghubungkan rumus trigonometri sudut ganda untuk menghitung nilai yang ditanyakan; 4). Siswa belum mampu melakukan operasi pada bilangan pecahan dengan tepat.

Soal 5:

Hitunglah nilai dari :

a. $\sin 67,5^\circ \sin 22,5^\circ$

b. $\cos 105^\circ + \cos 15^\circ$

Hasil jawaban siswa menunjukkan sebagian siswa sudah mampu menggunakan rumus konversi trigonometri penjumlahan dan perkalian dengan tepat. Namun beberapa siswa ditemukan masih belum mampu menggunakan rumus tersebut dengan tepat (seperti pada gambar 5), beberapa siswa juga masih belum mampu menentukan perbandingan trigonometri pada sudut-sudut istimewa (seperti pada gambar 5).

$$\begin{aligned}
 \text{5. b.) } & \cos 60^\circ + \cos 45^\circ \\
 & \cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \\
 & \cos 60^\circ + \cos 45^\circ = 2 \cos \frac{60^\circ+45^\circ}{2} \cos \frac{60^\circ-45^\circ}{2} \\
 & = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} = 2 \cos 52.5^\circ \cos 7.5^\circ \\
 & = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} + \frac{1}{2} \sqrt{2} \\
 & = \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{5. a.) } & \sin 67.5^\circ + \sin 22.5^\circ = \frac{1}{2} (\cos(67.5^\circ - 22.5^\circ) - \cos(67.5^\circ + 22.5^\circ)) \\
 & = \frac{1}{2} (\cos 45^\circ) - (\cos 90^\circ) \\
 & = \frac{1}{2} \cos 45^\circ + 1 \cos 45^\circ \\
 & = \frac{-1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \sqrt{2} = \frac{1}{2} \sqrt{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}
 \end{aligned}$$

Gambar 5. contoh jawaban siswa pada soal 5

Berdasarkan temuan-temuan di atas, hambatan belajar dan kekeliruan siswa dalam menyelesaikan soal nomor 5 diantaranya: 1). Siswa belum mampu menggunakan rumus konversi perkalian dan penjumlahan trigonometri; 2). Siswa belum mampu menentukan nilai perbandingan trigonometri pada sudut-sudut istimewa; 3). Siswa belum mampu melakukan operasi pada bilangan akar dengan tepat.

Soal 6:

Bentuk $\sin 75^\circ + \cos 100^\circ + \sin 15^\circ + \cos 20^\circ$ senilai dengan...

Hasil jawaban siswa menunjukkan sebagian siswa sudah mampu menggunakan rumus konversi trigonometri pada penjumlahan dengan tepat. Tetapi dari beberapa siswa ditemukan masih belum mampu menggunakan rumus trigonometri konversi pada penjumlahan, siswa langsung menentukan nilai perbandingan trigonometri tanpa menggunakan rumus konversi trigonometri (seperti pada gambar 6), siswa juga masih belum mampu menentukan perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku, beberapa siswa ditemukan masih belum mampu melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan pada bilangan akar dengan tepat.

$$\begin{aligned}
 \text{6. } & \sin 75^\circ + \cos 100^\circ + \sin 15^\circ + \cos 20^\circ = \frac{1}{4}\sqrt{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \\
 & = \frac{\sqrt{2}+1+1+1}{4} \\
 & = \frac{3\sqrt{2}}{4} \\
 & = \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{6. } & \sin 75^\circ + \cos 100^\circ + \sin 15^\circ + \cos 20^\circ = \sin 75^\circ + \sin 15^\circ + \cos 15^\circ + \cos 70^\circ \\
 & = (\sin 75^\circ + \sin 15^\circ) + (\cos 15^\circ + \cos 70^\circ) \\
 & = 2 \sin 45^\circ \cos 30^\circ + 2 \cos 45^\circ \cos 40^\circ \\
 & = 2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} + 2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \\
 & = \frac{1}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) + \frac{1}{2}(\sqrt{2} + 1) = \frac{1}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} + 1) = \frac{1}{2}(2\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1)
 \end{aligned}$$

Gambar 6. contoh jawaban siswa pada soal 6

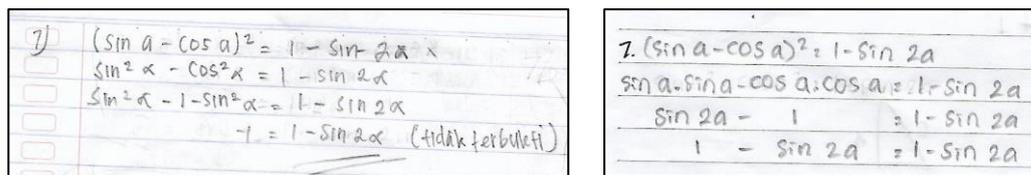
Berdasarkan temuan-temuan di atas, hambatan belajar atau kekeliruan siswa dalam menyelesaikan soal nomor 6 diantaranya: 1). Siswa belum mampu menggunakan rumus konversi penjumlahan trigonometri; 2). Siswa belum mampu menentukan nilai perbandingan trigonometri pada sudut-sudut istimewa; 3). Siswa belum mampu melakukan operasi pada bilangan akar dengan tepat.

Soal 7:

Untuk setiap sudut α , buktikan bahwa $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha$.

Jawaban siswa pada soal no. 7 menunjukkan hanya sebagian kecil siswa yang mampu menyelesaikan soal dengan tepat. Siswa belum mampu mengaitkan keterangan pada soal dengan operasi kuadrat (seperti pada gambar 7). Sebagian siswa masih belum mampu mengaitkan

penyelesaian soal dengan rumus identitas trigonometri (seperti pada gambar 7). Dan sebagian besar tidak membuat proses jawaban dari soal yang diberikan.

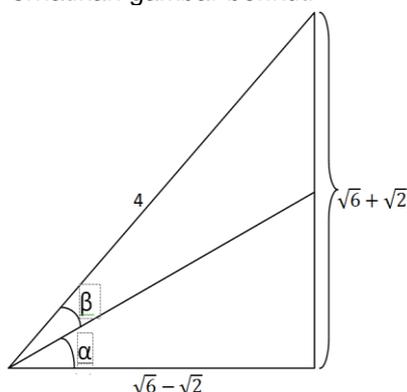


Gambar 7. contoh jawaban siswa pada soal 7

Berdasarkan temuan-temuan di atas, hambatan belajar siswa dalam menyelesaikan soal nomor 7 diperoleh: 1). Siswa belum mampu mengaitkan keterangan pada soal dengan operasi kuadrat; 2). Siswa belum mampu mengaitkan penyelesaian soal dengan rumus trigonometri sudut ganda; 3). Siswa belum mampu mengaitkan penyelesaian soal dengan rumus identitas trigonometri.

Soal 8:

Perhatikan gambar berikut.



Jika besar sudut α adalah 45° dan nilai $\cos \beta - \sin \beta = \frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)$. Tentukan besar sudut β .

Hasil jawaban siswa menunjukkan hanya sebagian kecil siswa yang mampu memahami soal dan mampu memperkirakan proses solusi yang sesuai dengan soal, sehingga soal dijawab dengan tepat. Sedangkan sebagian besar siswa belum mampu memahami soal dan memperkirakan proses solusi. Langkah pertama dalam penyelesaian soal adalah menentukan perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku dengan sudut jumlah $(\alpha + \beta)$, beberapa siswa masih keliru dalam hal tersebut (seperti pada gambar 8a). Beberapa siswa lainnya langsung menggunakan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut tanpa memerhatikan segitiga siku-siku yang tersedia (seperti pada gambar 8b). Ada juga siswa yang langsung menentukan sudut β dengan memperkirakan besar sudut $(\alpha + \beta)$ (seperti pada gambar 8c). Karena langkah penyelesaian yang harus dikaitkan dengan beberapa materi trigonometri lainnya, membuat sebagian besar siswa tidak membuat proses menjawab soal yang diberikan.

$$\begin{aligned} 8. \cos \beta - \sin \beta &= \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1) \\ \sqrt{6}-\sqrt{2} - \sqrt{6}+\sqrt{2} &= \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1) \\ \frac{1}{1} - \frac{1}{1} & \\ \sqrt{1} - \sqrt{1} &= \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1) \\ \frac{1}{1} - \frac{1}{1} & \\ \sqrt{1} - \sqrt{1} &= \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1) \end{aligned}$$

Jadi, Sudut $\beta = 40^\circ$

$$\begin{aligned} 8) \text{ Diket } \alpha &= 45^\circ \\ \cos \beta - \sin \beta &= \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1) \\ \text{Dit sudut } \beta &= ? \\ \therefore \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1) &= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1) &= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1) &= \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1) = \frac{1}{2}\sqrt{0} \Rightarrow \sin 0^\circ \text{ jadi } \beta = 0^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8) \quad & \begin{array}{c} x \\ \backslash \\ \text{---} \\ / \\ \sqrt{6}-\sqrt{2} \\ \backslash \\ \text{---} \\ / \\ \sqrt{6}+\sqrt{2} \\ \backslash \\ \text{---} \\ / \\ z \end{array} \quad x = (\sqrt{6}-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6}+\sqrt{2})^2 \\ & = 6-2\sqrt{12}+2 + 6+2\sqrt{12}+2 = 16 \\ & \angle \beta = 8^2+9 \\ & = 36+9 \\ & = 45 \\ & = 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

Gambar 8. contoh jawaban siswa pada soal 8

Berdasarkan temuan-temuan di atas, hambatan belajar siswa dalam menyelesaikan soal nomor 8 sebagai berikut: 1). Siswa belum menghubungkan gambar segitiga siku-siku dengan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut; 2). Siswa tidak menghubungkan keterangan pada soal dengan materi perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku; 3). Siswa belum mampu mengaitkan keterangan pada soal dengan konsep perbandingan trigonometri pada sudu-sudut istimewa.

Berikut ini uraian hasil identifikasi hambatan belajar terkait kemampuan pemahaman matematis pada pokok bahasan materi rumus-rumus trigonometri:

a. Hambatan Belajar Siswa dalam Menerapkan Rumus pada Perhitungan Sederhana (Pemahaman Instrumental)

Hambatan belajar siswa dalam menerapkan rumus pada perhitungan sederhana ini diperoleh setelah siswa mengerjakan soal nomor 1, 2, 5, dan 6. Pada soal-soal tersebut langkah pertama yang dilakukan dalam penyelesaiannya adalah menggunakan rumus-rumus trigonometri.

Seperti pada nomor 1 dan 2, sebanyak 86,09% siswa menjawab nomor 1 dengan benar dan nomor 2 sebanyak 44,24%. Langkah awal penyelesaian pada kedua nomor ini adalah menggunakan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut. Sedangkan pada nomor 5 dan 6, sebanyak 40% menjawab soal nomor 5 dengan benar dan 38,18% menjawab soal nomor 6 dengan benar. Langkah penyelesaian pada kedua nomor ini adalah menggunakan rumus konversi trigonometri penjumlahan dan perkalian.

Hambatan belajar pada soal-soal tersebut hampir serupa yaitu siswa belum mampu menggunakan rumus-rumus trigonometri dengan tepat. Jika dipersentasikan, sebanyak 62,06% siswa mampu menjawab soal-soal dengan indikator kemampuan pemahaman matematis ini. Sebagian siswa masih lupa rumus dan malah menuliskan rumus lainnya yang hampir serupa. Atau sebagian lainnya masih keliru dalam mengingat plus dan minus pada rumus. Karena itu siswa dapat dikatakan belum mampu menerapkan rumus-rumus trigonometri pada perhitungan sederhana.

b. Hambatan Belajar siswa dalam Mengaitkan Satu Konsep/Prinsip dengan Konsep/Prinsip Lainnya (Pemahaman Relasional)

Hambatan belajar siswa dalam mengaitkan satu konsep/prinsip dengan konsep/prinsip lainnya, dan menyadari proses yang dikerjakannya ini diperoleh setelah siswa mengerjakan soal nomor 3, 4, 7, dan 8. Pada nomor 3, 4, 7, dan 8 siswa diarahkan agar mampu mengaitkan konsep/prinsip pada materi rumus-rumus trigonometri dengan konsep/prinsip lainnya. Seperti pada nomor 3, 42,17% siswa mampu menjawab soal tersebut dengan benar. Siswa diharapkan dapat mencari nilai $\sin A$ dan $\sin B$ dengan menggunakan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut, setelah itu siswa diharapkan mampu mengaitkannya dengan rumus identitas trigonometri yang dipelajari pada kelas X. Namun siswa tidak mampu mengingat kembali konsep identitas trigonometri. Sebagian siswa lainnya belum mampu mengaitkan penyelesaian soal dengan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut.

Pada soal nomor 4 sebanyak 31,09% siswa yang menjawab dengan benar. Dari soal ini siswa diharapkan mampu mencari nilai $\sin \alpha$ dan $\tan \alpha$ pada kuadran tertentu terlebih dahulu, selanjutnya menggunakan nilai $\sin \alpha$ dan $\tan \alpha$ yang didapat untuk menentukan nilai yang ditanyakan soal. Namun sebagian siswa langsung menentukan jawaban dengan keterangan $\cos \alpha$ yang tersedia, tanpa memerhatikan sudut α yang terletak pada kuadran tertentu. Untuk nilai $\cos 2\alpha$, hal tersebut masih dianggap benar. Akan tetapi untuk menentukan nilai $\sin 2\alpha$ dan $\tan 2\alpha$, sudut pada kuadran tertentupengaruh terhadap nilai positif dan negatifnya, sehingga jawaban akhir menjadi tidak tepat.

Selanjutnya pada nomor 7 hanya 16,09% siswa yang menjawab dengan benar. Pada nomor ini siswa diarahkan untuk menggunakan operasi kuadrat untuk membuktikan identitas trigonometri yang tersedia, setelah itu hasil kuadrat yang didapat dikaitkan dengan konsep rumus sudut ganda sehingga identitas trigonometri tersebut terbukti. Namun sebagian siswa masih keliru dalam melakukan operasi kuadrat, tapi tetap membuat kesimpulan bahwa identitas trigonometri tersebut terbukti sehingga skor yang diperoleh kurang sempurna.

Untuk penyelesaian nomor 8, sebagian besar siswa tidak membuat proses menjawab soal yang diberikan. Hanya 8,7% saja yang dapat menjawab soal dengan tepat. Beberapa siswa hanya menuliskan keterangan yang tersedia pada soal, sebagian lainnya menuliskan perbandingan pada segitiga siku-siku yang tersedia dan tidak melanjutkan penyelesaian. Pada soal ini, siswa diharapkan mampu menentukan perbandingan pada segitiga siku-siku dengan sudut jumlah ($\alpha + \beta$) untuk selanjutnya dikaitkan dengan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut. Hasil yang didapat lalu dikaitkan kembali dengan keterangan pada soal untuk mencari besar sudut β . Namun karena penyelesaian pada soal ini membutuhkan langkah yang rumit dan pengaitan beberapa konsep, siswa menjadi kesulitan dalam menyelesaikannya.

Berdasarkan analisis jawaban siswa, hanya 22,97% siswa yang dapat menyelesaikan soal dengan indikator pemahaman relasional dengan tepat. Juga berdasarkan uraian kesulitan atau hambatan siswa dalam menyelesaikan soal nomor 3, 4, 7, dan 8 dapat dikatakan bahwa siswa belum mampu mengaitkan satu konsep/prinsip dengan konsep/prinsip lainnya.

KESIMPULAN

Berdasarkan soal yang diberikan berikut hambatan belajar yang diperoleh berdasarkan submateri dan indikator kemampuan pemahaman:

1. Pada soal no. 1 dengan submateri rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut dan indikator kemampuan pemahaman instrumental diperoleh hambatan belajar : a). Siswa tidak dapat memanipulasi sudut ke dalam jumlah atau selisih sudut-sudut istimewa; b). Siswa belum mampu menggunakan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut dengan tepat; c). Siswa belum mampu melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan pada bilangan akar.
2. Pada soal no. 2 dengan submateri rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut dan indikator kemampuan pemahaman instrumental diperoleh hambatan belajar: a). Siswa belum mampu menggunakan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut dengan tepat; b). Siswa belum mampu menggunakan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut dengan tepat; c). Siswa tidak dapat menentukan perbandingan trigonometri pada sudut-sudut istimewa; d). Siswa belum mampu melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan pada bilangan akar.
3. Pada soal no. 3 dengan submateri rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut dan indikator kemampuan pemahaman relasional diperoleh hambatan belajar: a). Siswa belum mampu menghubungkan keterangan pada soal dengan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut; b). Siswa belum mampu mengaitkan rumus identitas trigonometri untuk menghitung nilai yang ditanyakan; c). Siswa belum mampu melakukan operasi pada bilangan pecahan dengan tepat.
4. Pada soal no. 4 dengan submateri rumus trigonometri sudut ganda dengan indikator kemampuan pemahaman relasional diperoleh hambatan belajar: a). Siswa belum mampu mengaitkan keterangan pada soal dengan konsep perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku; b). Siswa belum mampu mengaitkan keterangan pada soal dengan konsep perbandingan trigonometri pada setiap kuadran; c). Siswa belum mampu mengaitkan rumus trigonometri sudut ganda untuk menghitung nilai yang ditanyakan; d). Siswa belum mampu melakukan operasi pada bilangan pecahan dengan tepat.
5. Pada soal no. 5 dengan submateri rumus konversi dengan indikator kemampuan pemahaman instrumental diperoleh hambatan belajar: a). Siswa belum mampu menggunakan rumus konversi perkalian dan penjumlahan trigonometri; b). Siswa belum mampu menentukan nilai perbandingan trigonometri pada sudut-sudut istimewa; c). Siswa belum mampu melakukan operasi pada bilangan akar dengan tepat.
6. Pada soal no. 6 dengan submateri rumus konversi dengan indikator kemampuan pemahaman instrumental diperoleh hambatan belajar: a). Siswa belum mampu menggunakan rumus konversi penjumlahan dan perkalian trigonometri; b). Siswa belum mampu menentukan nilai perbandingan trigonometri pada sudut-sudut istimewa; c). Siswa belum mampu melakukan operasi pada bilangan akar dengan tepat.
7. Pada soal no. 7 dengan submateri rumus trigonometri sudut ganda dengan indikator kemampuan pemahaman relasional diperoleh hambatan belajar: a). Siswa belum mampu mengaitkan keterangan pada soal dengan operasi kuadrat; b). Siswa belum mampu

mengaitkan penyelesaian soal dengan rumus trigonometri sudut ganda; c). Siswa belum mampu mengaitkan penyelesaian soal dengan rumus identitas trigonometri.

8. Pada soal no. 8 dengan submateri rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut dengan indikator kemampuan pemahaman relasional diperoleh hambatan belajar: a). Siswa belum mampu mengaitkan gambar segitiga siku-siku dengan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut; b). Siswa belum mampu mengaitkan keterangan pada soal dengan konsep perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku; c). Siswa belum mampu mengaitkan keterangan pada soal dengan konsep perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku.

Berdasarkan hasil analisa hambatan belajar siswa diharapkan penelitian ini dilanjutkan dengan membuat desain bahan ajar berdasarkan temuan –temuan tersebut. Bagian kesimpulan berisi rangkuman hasil yang dicapai dan merupakan jawaban dari rumusan masalah. Oleh karena itu, kesimpulan agar diselaraskan dengan rumusan masalah dan tujuan penelitian. Sama seperti halnya dengan tujuan penelitian, jika terdapat lebih dari satu kesimpulan yang dituliskan maka penomorannya menggunakan angka bukan menggunakan *bullet*. Dalam kesimpulan dapat juga ditambahkan prospek pengembangan dari hasil penelitian dan aplikasi lebih jauh yang menjadi prospek kajian berikutnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Bani, A. (2011). Meningkatkan Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematik Siswa Sekolah Menengah Pertama Melalui Pembelajaran Penemuan Terbimbing. *Portal Jurnal Universitas Pendidikan Indonesia*. 1 (edisi Khusus), 12-20
- Hendriana, H & Soemarmo, U. (2014). *Penilaian Pembelajaran Matematika*. Bandung: Refika Aditama.
- Kariadinata, R. (2013). *Trigonometri Dasar*. Bandung: Pustaka Setia.
- Mukhtar. (2013). Pengembangan Bahan Ajar Matematika Berbasis Masalah untuk Memfasilitasi Pencapaian Kemampuan Penalaran dan Pemahaman Konsep Siswa. *Prosiding Semirata FMIPA Universitas Lampung*, 353-360.
- Mustika, A. M., dkk. (2013). Pengembangan Perangkat Pembelajaran dengan Desain Didaktik untuk Mengurangi Hambatan Belajar Siswa pada Topik Segiempat dalam Pembelajaran Matematika SMP. *Jurnal FKIP UNS*. 1(6), 583-595.
- Roeroe, Margaretha. (2011). Didactical Design Research (DDR) Dalam Pengembangan Pembelajaran Kependidikan. *ED VOKASI, Jurnal Pendidikan Teknologi dan Kejuruan*. 2(2), hal 139-144.